



Conférence

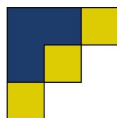
Rencontres Doctorales Lebesgue 2018

15 – 17 octobre

Programme

Lundi

- 9h30 – 10h Accueil
- 10h – 10h40 Baptiste Huguet, *Diffusion et préservation de la croissance*
- 10h40 – 11h20 Alexis Roquefeuil, *Équations aux q -différences*
- 11h20 – 12h Pengfei Huang, *Parabolic Higgs bundles as Higgs bundles over Deligne-Mumford stack*
- 12h – 14h Déjeuner au restaurant universitaire
- 14h – 15h Olivier Zindy, *Universalité de la densité critique pour le modèle de marche aléatoire activée*
- 15h – 15h40 Hongmei Cao, *Well-posedness of Cauchy problem for Landau equation in critical Besov space*
- 15h40 – 16h Pause café/thé
- 16h – 16h40 Adrien Laurent, *Un nouveau type de B -series pour l'étude d'intégrateurs numériques pour la mesure invariante de l'équation de Langevin overdamped*
- 16h40 – 17h20 Alexandre Bailleul, *Fonctions L et courses de nombres premiers*
- 17h20 – 18h Hassan Cheriha, *Polynômes à une variable et signes de leurs coefficients et racines réelles*



Laboratoire de
Mathématiques
Jean
Leray



DéfiMaths

Mardi

9h – 9h40	Paul Alphonse, <i>Effets régularisants des semi-groupes d'Ornstein-Uhlenbeck</i>
9h40 – 10h20	Benjamin Alvarez, <i>An introduction to scattering theory in quantum field theory</i>
10h20 – 10h40	Pause café/thé
10h40 – 11h20	Caroline Robet, <i>Échantillonnage aléatoire de processus stationnaires à temps continu</i>
11h20 – 12h	Mehdi Zaidi, <i>Topological duality applied to separation problems in computational complexity theory</i>
12h – 14h	Déjeuner au restaurant universitaire
14h – 15h	Christian Gérard, <i>Aspects de la théorie quantique des champs en espace-temps courbe</i>
15h – 15h40	Andrés Sarrazola Alzate, <i>An arithmetic Beilinson-Bernstein theorem for twisted arithmetic differential operators on the formal flag variety</i>
15h40 – 16h	Pause café/thé
16h – 16h40	Corentin Caillaud, <i>L'algorithme de Sinkhorn pour des problèmes de type transport optimal</i>
16h40 – 17h20	Zeinab Karaki, <i>Équations cinétiques avec champ magnétique</i>
17h20 – 18h	Mbaye Diouf, <i>Quelques problèmes elliptiques non linéaires avec exposant critique de Sobolev</i>
19h30 –	Dîner de conférence

Mercredi

8h30 – 9h10	Amine Helali, <i>La vitesse de convergence de l'échantillonneur de Gibbs appliqué à quelques modèles physiques</i>
9h10 – 10h10	Emmanuel Ophstein, <i>Géométrie symplectique $\mathcal{C}^0$</i>
10h10 – 10h30	Pause café/thé
10h30 – 11h10	Franchel Gatse, <i>Spectre des surfaces à petits carreaux</i>
11h10 – 11h50	Diaw Adjaratou Arame, <i>Géométrie d'une surface réglée stable sur une courbe elliptique</i>
11h50 –	Déjeuner au restaurant universitaire

Résumé des Exposés

Rencontres Doctorales Lebesgue 2018

15 – 17 octobre 2018

Lundi

Baptiste HUGUET : *Diffusion et préservation de la croissance*

On étudiera les semi-groupes de diffusion, $\mathbf{P}_t$, de générateur $\frac{1}{2}\Delta + \nabla V$ qui préserve la croissance des fonctions. Je présenterai le cas général dans un espace euclidien et le cas du mouvement brownien sur les groupes de Lie (mais alors, que signifie croissance?). On finira par une application au plan hyperbolique.

Alexis ROQUEFEUIL : *Équations aux q -différences*

Les équations aux q -différences sont des équations fonctionnelles qui peuvent être vues comme une quantification des équations différentielles à l'aide d'un paramètre q . Le but général est de les résoudre et de comprendre comment ces équations dégénèrent vers des équations différentielles en faisant tendre q vers 1. On travaillera sur des systèmes aux q -différences linéaires, à coefficients complexes méromorphes, en suivant les travaux de Jacques Sauloy. On commencera par motiver l'introduction de telles équations pour comprendre le nombre de partitions d'un entier, puis on essaiera d'étudier quelques systèmes linéaires à la main.

On se concentrera ensuite sur l'étude locale des systèmes aux q -différences dont les solutions sont à croissance « polynomiale » (dits singuliers réguliers). On trouvera des solutions méromorphes sur un petit disque épointé en 0, en voyant une courbe elliptique et des spirales logarithmiques discrètes apparaître. Sous de bonnes hypothèses, un tel système peut admettre comme limite formelle un système différentiel singulier régulier. On peut alors tenter de généraliser certaines constructions liées aux équations différentielles. D'abord, on retrouvera les solutions du système différentiel par une limite particulière des solutions de l'équation aux q -différences. Ensuite, la matrice de connexion de Birkhoff, qui relie les solutions du système aux q -différences en 0 et en l'infini, nous permettra sur un exemple d'obtenir la monodromie du système différentiel limite. Ce dernier calcul nous donne un premier indice pour étendre le problème de Riemann–Hilbert (classification des systèmes à l'aide d'invariants algébriques) aux équations aux q -différences.

Pengfei HUANG : *Parabolic Higgs bundles as Higgs bundles over Deligne-Mumford stack*

This is a Higgs version of Jaya N. N. Iyer and Carlos Simpson's result of parabolic vector bundles as vector bundles over DM stack, and also a generalization of Biswas's result. We also obtain the Bogomolov-Gieseker inequality.

Olivier ZINDY : *Universalité de la densité critique pour le modèle de marche aléatoire activée*

Le modèle de marche aléatoire activée (*Activated Random Walk model*) est un système de particules où les particules se déplacent indépendamment selon une marche aléatoire simple, mais chaque particule peut également passer à un état « passif » quand elle est seule sur un site, et ce jusqu'à l'éventuelle visite d'une autre particule qui la réveille. Les physiciens conjecturent qu'en toute généralité la compétition entre désactivation locale et diffusion globale conduit à une transition de phase non-triviale quand la densité initiale de particules augmente : à basse densité les configurations locales se stabilisent alors qu'à haute densité une activité persiste indéfiniment. De nombreux résultats mathématiques ont été obtenus récemment mais la plupart des preuves exigent des hypothèses contraignantes

sur la distribution initiale de particules. Dans cet exposé, nous montrerons que les propriétés de stabilisation ne dépendent que de la densité initiale quelque soit la distribution. (Travail en collaboration avec Leonardo T. Rolla et Vladas Sidoravicius)

Hongmei CAO : *Well-posedness of Cauchy problem for Landau equation in critical Besov space*

We study the Cauchy problem for the Landau equation with Maxwellian molecules. In perturbation framework, we establish the global existence and uniqueness of classical solution in spatially critical Besov spaces. Precisely, the local existence is followed by Hahn-Banach extension theorem and commutator estimates involving Landau collision operator. The spectral property of Landau operator enables us to develop new trilinear estimates, which leads to the global energy estimate.

Adrien LAURENT : *Un nouveau type de B-series pour l'étude d'intégrateurs numériques pour la mesure invariante de l'équation de Langevin overdamped*

En physique statistique, on utilise l'équation de Langevin pour modéliser le mouvement des particules dans un fluide. Sous quelques hypothèses, on peut obtenir une équation différentielle stochastique simplifiée appelée « overdamped Langevin ». Afin d'étudier numériquement cette équation, je présenterai d'abord des rudiments d'analyse numérique stochastique en insistant sur les différentes erreurs qu'il est possible de choisir, ainsi que sur une propriété d'ergodicité. Puis nous définirons une extension des B-series, nommée exotique aromatic B-series. Nous les appliquerons ensemble au fil d'un exemple à l'étude des conditions d'ordre pour la mesure invariante de schémas numériques stochastiques de type Runge-Kutta. S'il reste du temps, nous pourrions aussi regarder les propriétés algébriques et géométriques de ces nouvelles B-series.

Alexandre BAILLEUL : *Fonctions L et courses de nombres premiers*

En 1853, Chebyshev écrit, dans une lettre à Fuss, qu'il semble toujours y avoir plus de nombres premiers congrus à 3 modulo 4, que de nombres premiers congrus à 1 modulo 4. On sait, grâce au théorème des nombres premiers en progression arithmétique (de la Vallée Poussin, 1898) que les nombres de tels nombres premiers inférieurs à une quantité x sont asymptotiquement équivalents quand x tend vers l'infini, il n'y a donc aucune raison évidente pour laquelle l'une de ces quantités devrait être supérieure à l'autre. Ce phénomène, appelé aujourd'hui biais de Chebyshev, est en fait seulement partiellement vrai. Dans un article novateur publié en 1994, Rubinstein et Sarnak démontrent, sous certaines conjectures bien connues, que l'observation de Chebyshev est vraie « 99.59% du temps » et donnent même une explication arithmétique à ce biais, que l'on peut retrouver dans d'autres telles « courses de nombres premiers ». On expliquera dans l'exposé comment quantifier rigoureusement ces affirmations, et on abordera quelques-uns des outils, notamment les fonctions L de Dirichlet, permettant d'étudier ce phénomène de biais.

Hassan CHERIHA : *Polynômes à une variable et signes de leurs coefficients et racines réelles*

Pour un polynôme réel à une variable on peut considérer d'un côté les signes de ses coefficients et de l'autre les signes de ses racines réelles (s'il y en a). La règle de Descartes impose des contraintes sur le nombre de racines strictement positives exprimées en termes du nombre de changements de signe dans la suite des coefficients du polynôme. On peut en déduire des contraintes sur le nombre de racines strictement négatives. Pour des degrés jusqu'à 8 on sait quels couples (nombre de racines strictement positives, nombre de racines strictement négatives) peuvent être réalisés par des polynômes de ce degré ayant une suite donnée de signes de leurs coefficients (cette suite et ce couple doivent vérifier la règle de Descartes et quelques contraintes supplémentaires naturelles). La thèse aura comme objectifs d'étendre ces résultats à des polynômes de degré 9, éventuellement 10 aussi, et de présenter des dessins du discriminant de la famille générale de polynômes à coefficient dominant 1 la raison pourquoi en degré 4 et 5 certains cas compatibles avec la règle de Descartes et les contraintes supplémentaires ne sont pas réalisables par des polynômes. (Ce sont les premiers degrés pour lesquels de tels contre-exemples existent.) On connaît déjà quelques séries de tels contre-exemples (définies pour les degrés pairs supérieurs à 4, pour les degrés impairs supérieurs à 5 etc.). Un troisième objectif de la thèse serait d'en chercher d'autres.

Mardi

Paul ALPHONSE : *Effets régularisants des semi-groupes d'Ornstein-Uhlenbeck*

On s'intéressera aux effets régularisants des semi-groupes engendrés par les opérateurs d'Ornstein-Uhlenbeck agissant sur $L^2(\mathbb{R}^n)$. Plus précisément, étant donné un opérateur d'Ornstein-Uhlenbeck $L = \frac{1}{2}\text{Tr}(Q\nabla_x^2) + \langle Bx, \nabla_x \rangle$, $x \in \mathbb{R}^n$, muni du domaine $\{u \in L^2(\mathbb{R}^n) : Lu \in L^2(\mathbb{R}^n)\}$, où B et Q sont deux matrices réelles avec Q symétrique positive (non nécessairement inversible), B et Q vérifiant une condition algébrique appelée condition de Kalman, on s'intéressera à l'effet régularisant Gevrey du semi-groupe qu'il engendre. Une application à l'étude des propriétés sous-elliptiques de L sera ensuite donnée.

Benjamin ALVAREZ : *An introduction to scattering theory in quantum field theory*

(Temporary) Quantum field theory observables, such as the energy, are modeled using unbounded self adjoint operators acting on a Fock space. The energy values of a physical systems are then the elements of the spectrum which can be divided in three parts : the absolutely continuous spectrum, the singular continuous spectrum and the eigenvalues. The subspace associated to the absolutely continuous spectrum represents the scattered states, which are located far away from the experiment as time goes to infinity. Following our intuition, we would like to say that these states are asymptotically free. This means that, as time goes to infinity, they act as if there were not any interaction. This intuition can be expressed in a mathematical formula called : asymptotic completeness of the wave operators.

One of the most important physical objects is the scattering matrix which send an incoming scattered state onto its related outgoing one. The goal of a scattering theory is to show the existence of this operator and to prove asymptotic completeness. In this talk all these concepts will be introduced through an exemple and recent results will be presented.

Caroline ROBET : *Échantillonnage aléatoire de processus stationnaires à temps continu*

Dans cet exposé, nous nous intéresserons à un processus stationnaire du second ordre $X = (X_t)_{t \in \mathbb{R}_+}$ défini en temps continu. Dans les faits, les processus à temps continu ne sont pas observés sur l'intégralité de leur trajectoire mais seulement à des instants discrets. On pose $Y = (Y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ le processus échantillonné tel que $Y_n = X_{T_n}$ où T_n correspond à l'instant de la n -ième observations. On suppose que les inter-arrivées sont indépendantes et identiquement distribuées de densité sur $\mathbb{R}_+$. Le but de l'exposé est de regarder si l'échantillonnage préserve les propriétés du processus initial. En particulier, on donnera des résultats sur la mémoire du processus échantillonné Y par rapport au processus initial X , ainsi que sur la non-préservation du caractère gaussien.

Mehdi ZAIDI : *Topological duality applied to separation problems in computational complexity theory*

One can provide many instances of the use of topology in theoretical computer science. We are interested in the particular context of the theory of regular languages. For the past 50 years, the profinite setting has allowed to prove deep results, which also have implications in complexity theory. Our approach, which relies on Stone duality, has the will to constitute a way to generalize this framework to languages which are not necessarily regular.

In this presentation, we provide a very basic introduction to computational complexity theory, and to the separation problem between complexity classes. Then, we explain how complexity classes can be understood in terms of logic (logic on words), and (Boolean) algebra. Finally, we use Stone duality to describe an interesting characterisation of these algebraic object in terms of topological (ultrafilter) equations, and we present some applications of this framework in Boolean circuit complexity.

Christian GÉRARD : *Aspects de la théorie quantique des champs en espace-temps courbe*

La théorie quantique des champs est formulée d'habitude sur l'espace-temps plat de Minkowski. L'extension de ce cadre à des espaces-temps généraux permet de mettre en lumière de nouveaux phénomènes quantiques qui surviennent en présence d'un champ gravitationnel fort. Nous présenterons tout d'abord le cadre algébrique de la théorie des champs libres en espace-temps courbe, en traitant le cas modèle d'un champ de Klein-Gordon. Dans une deuxième partie nous aborderons les difficultés

nouvelles dues à l'absence d'un groupe d'isométries sur un espace-temps courbe, qui se traduisent physiquement par l'absence d'un état de vide naturel. Nous illustrerons ces difficultés par deux effets emblématiques de la théorie des champs en espace-temps courbe, l'effet Unruh et l'effet Hawking. Enfin nous décrirons les avancées relativement récentes dans la caractérisation d'états physiquement raisonnables en espace-temps courbe, basées sur l'utilisation de l'analyse microlocale.

Andrés SARRAZOLA ALZATE : *An arithmetic Beilinson-Bernstein theorem for twisted arithmetic differential operators on the formal flag variety*

In the classical situation, G a complex reductive group with Lie algebra $\mathfrak{g}$, Borel subgroup B , and flag variety $X = G/B$. The localization theory of Beilinson-Bernstein identifies representations of $\mathfrak{g}$ with global sections of (twisted) D -modules on X . In this presentation we will study the situation in mixed characteristic. Let G be a smooth affine split connective reductive group scheme, over the ring of integers of a finite field extension L of the p -adic numbers. We will show how to construct from an integral character, the sheaf of twisted differential operators on the smooth formal variety associated to G , and we will prove the affinity if the character is dominant and regular.

Corentin CAILLAUD : *L'algorithme de Sinkhorn pour des problèmes de type transport optimal*

Dans de nombreux problèmes d'apprentissage, le coût de transport optimal (ou distance de Wasserstein) se révèle être une mesure appropriée de la différence entre deux distributions de probabilité. Par définition, cette distance s'obtient via un problème linéaire, dont la résolution par les méthodes classiques était prohibitive en haute dimension avant l'introduction par Cuturi d'une régularisation entropique [1]. Cette méthode approchée mène à un problème de scaling matriciel (*matrix scaling*) pour lequel l'algorithme de Sinkhorn (ou IPFP algorithm, RAS method...) [2] est une méthode de résolution simple et efficace. Nous faisons l'étude précise de la vitesse de convergence linéaire de cet algorithme, ainsi que de ses variantes dans le cas d'autres problèmes linéaires avec contraintes de type transport optimal similaires.

[1] : M. Cuturi, Sinkhorn distances : lightspeed computation of Optimal Transport, Advances in Neural Information Processing Systems 26, 2013.

[2] : R. Sinkhorn, Diagonal equivalence to matrices with prescribed row and column sums, The American Mathematical Monthly 74, 1967.

Zeinab KARAKI : *Équations cinétiques avec champ magnétique*

Dans cet exposé, on s'intéresse aux équations cinétiques. Ces équations modélisent la dynamique d'un système de particules chargées décrit par une densité de probabilité f en fonction du temps t , la position x et la vitesse v . On commence par donner un rappel sur des notions d'analyse fonctionnelle. Ensuite, on élabore la théorie d'élargissement d'espace de Banach dans le but de l'appliquer à l'opérateur K de Fokker-Planck avec un champ magnétique extérieur B_e , afin d'étendre le résultat de la décroissance exponentielle du semi-groupe associé à l'opérateur K près de l'équilibre global μ dans l'espace de Lebesgue à poids $L^p(m)$.

Mbaye DIOUF : *Quelques problèmes elliptiques non linéaires avec exposant critique de Sobolev*

On s'intéresse à certains problèmes elliptiques non linéaires avec exposant critique de Sobolev du type :

$$-\Delta u = u^p + f(x, u) \quad \text{dans } \Omega, \quad u > 0 \quad \text{dans } \Omega, \quad u = 0 \quad \text{sur } \partial\Omega$$

où Ω est un domaine régulier, $n \geq 3$ et $p = \frac{n+2}{n-2}$ est l'exposant critique. Le terme de perturbation $f(x, u)$ peut aussi modifier la nature du problème. Nous abordons aussi les systèmes sous-critiques et sur-critiques de Bahri-Coron ($\mathcal{P}_\Omega$) dans un domaine Ω borné régulier de $\mathbb{R}^n$, $n \geq 3$:

$$-\Delta u = |u|^{p-1 \mp \varepsilon} u \quad \text{dans } \Omega, \quad u = 0 \quad \text{sur } \partial\Omega$$

où ε est un paramètre réel et $p + 1 = \frac{2n}{n-2}$ appelé exposant limite pour l'injection $H_0^1 \subset L^{p+1}$.

Mercredi

Amine HELALI : *La vitesse de convergence de l'échantillonneur de Gibbs appliqué à quelques modèles physiques*

La vitesse de convergence de l'algorithme de l'échantillonneur de Gibbs appliquée au modèle d'Ising est déterminée par la deuxième plus grande valeur propre de sa matrice de transition notée β^* . Dans cet exposé on généralise un résultat obtenu par Chen et Shiu 2015 pour le modèle d'Ising unidimensionnel avec deux états. La méthode est basée sur la borne de Diaconis et Stroock pour les cas des chaînes de Markov réversibles. La nouvelle borne améliore les résultats classique de Ingrassia 1994.

Emmanuel OPHSTEIN : *Géométrie symplectique C^0*

La géométrie symplectique est une géométrie différentielle, dans laquelle se retrouve à la fois une flexibilité très forte (le groupe des isométries est un groupe de Lie de dimension infinie), et des phénomènes de rigidité topologique remarquables. Une conséquence de cette dualité est l'existence d'une « géométrie symplectique C^0 », c'est-à-dire d'homéomorphismes symplectiques. J'expliquerai quelques résultats sur les homéomorphismes symplectiques, en particuliers dans le cadre de leur action sur les sous-variétés Lagrangiennes.

Franchel GATSE : *Spectre des surfaces à petits carreaux*

Nous voulons comprendre le comportement du spectre des surfaces à petits carreaux. Pour ce faire, je vais étudier le spectre d'un tore plat (dire quelques choses sur la régularité de ces valeurs propres). En pinçant les géodésiques du tore, on décrit une famille de tores. Quelle est le lien entre spectre du tore et celui de l'objet limite obtenu en pinçant les géodésiques du tore. Si j'ai du temps, je parlerai de ce phénomène sur les surfaces à petits carreaux.

Diaw ADJARATOU ARAME *Géométrie d'une surface réglée stable sur une courbe elliptique*

À isomorphisme près, il n'existe que deux surfaces réglées indécomposables sur une courbe elliptique C : la classe stable, S_1 et la classe semi-stable, S_0 . Dans cet exposé, je vais m'intéresser à la géométrie de la classe stable S_1 , plus précisément, je vais déterminer son groupe d'automorphisme qui fixe la base C et montrer qu'il est isomorphe au groupe des points de 2-torsion de la courbe elliptique.